❶بسط مايلي:

$$A=\ln\sqrt{\sqrt{3}-1}+\ln(\sqrt{\sqrt{3}+1})-\ln\sqrt{2}$$

$$B=\ln(\sqrt{\sqrt[3]{2}.\sqrt[5]{3}})+\ln(\sqrt[3]{54})-\frac{3}{5}\ln 3+\frac{1}{2}\ln(6)$$

❷ حدد مجموعة تعريف الدوال التالية

$$f(x)=\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|;g(x)=\ln(x-1)^2;h(x)=\ln(-x)$$

$$k(x)=\sqrt{\ln^2 x-\ln x};l(x)=\frac{\ln x}{\sqrt{x-1}};m(x)=\ln(\ln(x))$$

❸حل في IR المعادلات و المتراجحات التالية

$$(E_1):\ln(x+2)+\ln(x+3)=\ln 6;(E_2):\frac{x}{\ln x}=x$$

$$(E_3):x-2x\ln(-x)=0;(E_4):\ln^2 x-1\le 0$$

$$(E_5):-2\ln^2 x+\ln x+3\le 0;(E_6):\frac{\ln x-1}{\ln x+1}\ge 0$$

$$(E_7):\ln^2 x-\ln x+1>0;(E_8):\ln(2x+1)=1$$

$$(E_9):\ln(\ln(x))\succ 1;(E_{10}):\frac{1-2\ln x}{\ln x-1}\ge 1$$

$$e_{11}:\ln(x)+1=0;e_{12}:2\ln(x+1)+3=0$$

❹ احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x\to 0^+}x\ln(x^2);\ \lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(1-x)}{\sqrt{x}\ln x};\ \lim_{\substack{x\to+\infty\\ x\to 0^+}}\frac{\ln x}{1-\ln^2 x};$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+x)}{x\ln x};\ \lim_{x\to-\infty}\ln(x^2+1)+2x;\ \lim_{x\to+\infty}\ln x-x;$$

$$\lim_{x\to+\infty}\ln(x+1)-\ln(x-1);\ \lim_{x\to+\infty}\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right);$$

$$\lim_{x\to 1^-}\ln(-x+1);\ \lim_{x\to 0^+}x\ln(1+\tfrac{1}{x});\ \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{x^5};$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x^2+1)}{x};\ \lim_{x\to-1}\frac{\ln(x^2+x+1)}{x+1};$$

❹حدد الدالة المشتقة للدالة f مع تحديد مجموعة تعريفها :

$$f(x)=\ln(x^2-7);f(x)=x\ln(x+1);$$

$$f(x)=\ln(x+1)-x+\frac{x^2}{2};f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x}$$

$$f(x)=\sqrt{\ln(x^2+1)};f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1});$$

$$f(x)=\ln(\sin(x));f(x)=\ln(\arctan(x));$$

$$f(x)=\arctan(\ln(x));f(x)=\frac{\ln(x+1)}{\ln(x)};$$

$$f(x)=(\ln(x))^2;f(x)=\sqrt[4]{\ln(x)},$$

❺حدد جميع الدوال الاصلية للدالة f في كل حالة:

$$f(x)=\frac{7}{2x-1};f(x)=\frac{x}{1+x^2};f(x)=\frac{2}{1+x^2}$$

$$f(x)=\ln(x);f(x)=\frac{x+1}{x^2+2x+75}$$

❻بين أن

$$\forall a,b\in\mathbb{R}_+^*\quad ln2+\frac{1}{2}(lna+lnb)\le ln(a+b)$$

❼نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\ge 2}$ بحيث:

$$u_n=\ln(1-\frac{1}{n})$$

1-بين ان $(u_n)_{n\ge 2}$ تزايدية

2-احسب نهاية $(u_n)_{n\ge 2}$

3-نعتبر المتتالية $(S_n)_{n\ge 2}$ بحيث $S_n=u_2+u_3+....+u_n$

أ)احسب نهاية $(S_n)_{n\ge 2}$

❽ادرس ومثل الدالة العددية fالمعرفة بما يلي :

$$f(x)=x-1+6(\ln(x+1)-\ln(x))$$

❾ -1 اثبث ان

$$\forall x\in]0.,+\infty[:1-\frac{1}{x}\le\ln(x)\le x-1$$

2-استنتج ان:

$$\forall x\in]0.,1[:\ln(1+x)\le x\le-\ln(1-x)$$

3- نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\ge 1}$ بحيث: $u_n=\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{n+k}$

أ) استنتج مما سبق ان

$$\forall n\ge 2:\ln(2+\frac{1}{n})\le u_n\le\ln(2+\frac{2}{n-1})$$

ب) استنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n\ge 1}$

❿ نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$f(x)=\frac{\ln(x)}{x}+2-x$ و C_f المنحنى الممثل لها في مم

1-أ) بين ان C_f يقبل مقاربا (D) معادلته y=2-x

ب: ادرس وضعهما النسبي C_f

2)-نعتبر الدالة العددية gالمعرفة بمايلي : $g(x)=1-\ln(x)-x^2$

أ)-اعط جدول تغيرات الدالة g

ب)استنتج جدول تغيرات الدالة f

6-انشيء المستقيم (D) والمنحنى C_f

❶❶

1) بين أن: $\forall p\in\mathbb{N}^* \quad \frac{1}{1+p}<ln(p+1)-ln(p)<\frac{1}{p}$

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}^*$: $S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$ و $T_n=S_n-ln(n)$ و $R_n=S_n-ln(n+1)$

أ) بين أن $\lim_{+\infty} S_n=+\infty$

ب) بين أن $(T_n)_{n\geq1}$ و $(R_n)_{n\geq1}$ **متحاديتان**

❷❶ حل في $\mathbb{R}$:

$(1):e^{-x}-2\geq0;(2):\ln(1+e^{-x})=1$

$(3):9^x-3^{x+1}+2=0;(3):e^{\ln^2 x}=x^2$

$(4):x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x}^{x};(5):\frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}\leq3$

❸❶ حدد مجال اشتقاق f ثم حدد $f'(x)$ في كل من الحالات الاتية:

$f(x)=e^{-x}+e^{x};f(x)=2e^{3x}-5e^{5x-7};f(x)=xe^{x};$

$f(x)=\ln(e^{x}+1);f(x)=\frac{1}{e^{x}+1};f(x)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{-x}+e^{x}};$

$f(x)=xe^{\frac{1}{x}};f(x)=\sqrt[3]{e^{\sqrt[3]{x}+x}};f(x)=e^{\sqrt{x^2-2x+2}}$

❹❶ حدد مجال I و F دالة اصلية للدالة f على المجال I في كل من الحالات الاتية:

$f(x)=3e^{-2x};f(x)=xe^{x^2}+3;f(x)=\frac{1}{x^3}e^{\frac{1}{x^2}}$

$f(x)=xe^{x^2-2x+\ln(2)}-2e^{x^2-2x};f(x)=\frac{1}{e^{x}+e^{-x}}$

❺❶ احسب نهاية الدالة f عند محدات مجموعة تعريفها في كل من الحالات الاتية:

$f(x)=5e^{-x}-x;f(x)=x+e^{-x};f(x)=xe^{-x};$

$f(x)=\frac{1-e^{x}}{1-e^{2x}};f(x)=\frac{e^{3x}-1}{x};f(x)=\sqrt{1-e^{-x}}$

$f(x)=\ln(e^{x}+e^{-x});f(x)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$

$f(x)=\sqrt{x}-\ln(x),f(x)=\frac{e^{x}}{x^3},f(x)=\frac{e^{x}}{\ln(x)}$

$f(x)=e^{x}-\ln(x)-x^2+\sqrt{x}-e^{2x}$

$f(x)=x^{\frac{1}{x}};f(x)=x^{\sqrt{x}};f(x)=\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}$

$f(x)=(1+x)^{\frac{1}{x}};;f(x)=\frac{e^{\sqrt{x}}\ln x}{x}$

❻❶

بين ان : $\forall x\in\left]1,+\infty\right[\quad \frac{x-1}{x}<lnx<x-1$

بين أن $\forall n\in\mathbb{N}\setminus\{0,1\} \quad \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}<e<\frac{1}{\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n}}$

❼❶

ليكن α عنصرا من المجال $]0,1[$, نربط كل عدد حقيقي موجب قطعا a بالدالة العددية f_a المعرفة بما يلي

$f_a(x)=ln(\alpha x+(1-\alpha)a)-\alpha.lnx$

1)ليكن a عنصرا من $\mathbb{R}_+^*$

أ) أدرس رتابة الدالة f_a

ب) إستنتج أن $\forall x\in\mathbb{R}_+^* \quad f_a(x)\geq(1-\alpha).lna$

2)إستنتج أن $\forall x,y\in\mathbb{R}_+^* \quad \alpha x+(1-\alpha)y\geq x^{\alpha}y^{1-\alpha}$

❽❶ ليكن a عنصرا من $\mathbb{R}_+^*\setminus\{1\}$.نعتبر الدالة العددية f_a المعرفة بما يلي $f_a(x)=ln_a(x)-ln_x(a)$

أ) حددD مجموعة تعريف الدالة f_a

ب)حدد نهاية f_a عند محدات D, حسب قيم a.

أ) حددالدالة المشتقة للدالة f_a

ب)حدد , حسب قيم a , جدول تغيرات الدالة f_a

لتكن g_a قصور الدالة f_a على المجال $]1,+\infty[$. و h_a قصورها على المجال $]0,1[$

ا) بين أن g_a تقابل من المجال $]1,+\infty[$ نحو مجال يتم تحديده

ب)بين أن $\forall x\in\left]0,1\right[\quad h_a(x)=-g_a\left(\frac{1}{x}\right)$

ج) إستنتج أن h_a تقابل من $]0,1[$ نحو $\mathbb{R}$

التمرين19: ببين ان.: $\forall x\in\mathbb{R},xe^{-x+1}\leq1$

التمرين20: احسب $\lim_{n\to+\infty}\sum_{k=0}^{n}e^{-n};\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{\ln n}$

التمرين 21: ليكن q من $\mathbb{R}_+^*$ ناقش حسب قيم q و α نهاية المتتالية $\left(\frac{q^n}{n^{\alpha}}\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$

التمرين22:

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي

$$f(x)=\frac{e^{\ln^2 x}}{x}$$

1) احسب $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) ادرس تغيرات الدالة f

3) ادرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f

4) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=x$ ثم استنتج نقط تقاطع منحنى f و المستقيم $y=x$

5) ارسم منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم

II) لتكن g قصور f على المجال $I=\left]0,\sqrt{2}\right]$

1) بين أن g تقابل من I نحو مجال J يتم تحديده

2) احسب $(g^{-1})'(1)$

3) ارسم منحنى الدالة g^{-1} في نفس المعلم

4) احسب $g^{-1}(x)$ لكل x من J

التمرين 23:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي

$$f(x)=\begin{cases} x.ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right) & ;\ x\in\mathbb{R}_+^* \\ 0 & ;\ x=0\end{cases}$$

و ليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1)أ) أدرس إتصال الدالة f على اليمين في0

ب) أدرس إشتقاق الدالة f على اليمين في0

2)أ) بين أن $\forall a\in\mathbb{R}_+^*\quad Ln\left(\dfrac{a+1}{a}\right)>\dfrac{1}{a+1}$

(يمكنك تطبيق مبرهنة التزايدات المنتهية على الدالة ln في المجال [a,a+1])

ب) أدرس تغيرات الدالة f

3)أرسم المنحنى (C)

4)أ) بين أن f تقابل من $\mathbb{R}^+$ نحو مجال يتم تحديده

ب)حل في $\mathbb{R}^+$ المعادلة $f(x)=f^{-1}(x)$ (حيث f^{-1} الدالة العكسية للدالة f)

التمرين 24:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي:

$$\begin{cases} g(t)=\dfrac{1}{t}(1-e^{-t})\ ;\ t>0 \\ g(0)=1\end{cases}$$

1)أ) بين أن g متصلة في 0

ب) نضع لكل $t\geq 0$: $h(t)=1-t+\dfrac{t^2}{2}-e^{-t}$

بين أن: $\forall t\geq 0\quad 0\leq h''(t)\leq t$

واستنتج أن: $\forall t\geq 0\quad 0\leq h(t)\leq\dfrac{t^3}{6}$

ج) ادرس قابلية اشتقاق g على اليمين في 0

د) ادرس تغيرات g

2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{x}(e^{-x}-e^{-2x})\ ;\ x>0 \\ f(0)=1\end{cases}$$

أ) بين أن $\forall x>0\quad f'(x)\leq 0$

ب) حدد f بدلالة g

ج) استنتج أن f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0

د) أنشئ (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

التمرين 25:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x)=x-e^{-\frac{x}{2}}$

(1) ادرس تغيرات الدالة f

(2) استنتج ان المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$

(3) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بمايلي:

$$u_0=0;\forall n\in\mathbb{N},u_{n+1}=e^{-\frac{u_n}{2}}$$

أ) بين ان (u_n) موجبة

(4) بين ان $\forall(x,y)\in\left(\mathbb{R}^+\right)^2:|e^{-\frac{x}{2}}-e^{-\frac{y}{2}}|\leq\dfrac{1}{2}|x-y|$

(5) أ) استنتج ان : $\forall n\in\mathbb{N}:|u_n-\alpha|\leq\dfrac{\alpha}{2^n}$

ب) استنتج نهاية (u_n)

(6) بين ان $\forall n\in\mathbb{N}:u_{2n}\leq\alpha\leq u_{2n+1}$

(7) حدد تأطيرا للعدد α سعته 10^{-3}

التمرين الأول
حل في IR المعادلات و المتراجحات التالية

1) $\ln(x-2)+\ln(x+3)=\ln 6$; 2) $\frac{x}{\ln x}=x$

3) $x-2x\ln(-x)=0$; 4) $\ln^2 x-1\le 0$

5) $-2\ln^2 x+\ln x+3\le 0$; 6) $\ln(1-x^3)>0$

7) $\frac{\ln x-1}{\ln x+1}\ge 0$; 8) $\frac{\ln^2 x-\ln x-6}{\ln x-3}=0$

9) $\ln^2 x-\ln x+1>0$; 10) $\frac{1-2\ln x}{\ln x-1}\ge 1$

11) $2\ln x+\sqrt{\ln x}-1\le 0$; 12) $\ln(1-x^2)<0$

13) $\ln(2x)=2\left[\ln(3-x)-\ln\sqrt{x+1}\right]$

التمرين الثاني
حدد مجموعة تعريف الدوال التالية

1) $x\mapsto \ln(x-1)^2$; 2) $x\mapsto \ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|$

3) $x\mapsto \frac{x}{x-1}+\ln(-x)$; 4) $x\mapsto \frac{x}{1-\ln^2 x}$

5) $x\mapsto \ln\left(\frac{x+1}{2-x}\right)$; 6) $x\mapsto \frac{x\ln x-x}{x-1}$

7) $x\mapsto \ln\left|\sqrt{x}-1\right|$; 8) $x\mapsto \sqrt{\ln^2 x-\ln x}$

9) $x\mapsto \frac{\ln x}{\sqrt{x-1}}$; 10) $x\mapsto \sqrt{1-x^2}\,\ln(-x)$

التمرين الثالث
احسب النهايات التالية

1) $\lim_{x\to-\infty}\ln(x^2+x+1)$; 2) $\lim_{\substack{x\to+\infty\\x\to1}}\frac{x\ln x}{x-1}$

3) $\lim_{x\to1^-}\ln\left(\frac{x^2+2}{1-x}\right)$; 4) $\lim_{\substack{x\to+\infty\\x\to0^+}}\frac{x+\ln x}{3x-2\ln x}$

5) $\lim_{x\to-\infty}x^2-x^2\ln(-x)$; 6) $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x-1}{x-1}$

7) $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(1+x)-x}{x}$; 8) $\lim_{\substack{x\to+\infty\\x\to0^+}}x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$

9) $\lim_{x\to0^-}x\ln(x^2-x)$; 10) $\lim_{x\to-\infty}x\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

11) $\lim_{x\to-\infty}\ln(x^2+1)+2x$; 12) $\lim_{x\to-1}\frac{\ln x^2}{x+1}$

13) $\lim_{x\to0^+}\frac{\ln x}{1-\ln^2 x}$; 14) $\lim_{x\to0^+}\frac{\ln x}{x(1+\ln x)}$

15) $\lim_{x\to0^+}\frac{\ln(1+x)}{x\ln x}$; 16) $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x^2+1)}{x^3+1}$

17) $\lim_{x\to0^+}\frac{\ln(1-x)}{\sqrt{x}\ln x}$; 18) $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln^3 x}{x^2}$

التمرين الرابع
احسب مشتقة الدوال التالية

1) $x\mapsto\sqrt{\ln x}$; 2) $x\mapsto\ln(2x-\sqrt{x+1})$

3) $x\mapsto x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$; 4) $x\mapsto\ln\left|\sqrt{x}-1\right|$

5) $x\mapsto\frac{x}{\sqrt{1-\ln^2 x}}$; 6) $x\mapsto\ln(\ln x+2)$

7) $x\mapsto\ln x-\frac{1}{\ln x}+\frac{1}{\ln^2 x}$

التمرين الخامس
دراسة دالة

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\left]-\infty,0\right[$ بما يلي

$$g(x)=x+\ln(-x)+1$$

1) احسب $\lim_{x\to0^-}g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}g(x)$

2) أ- ادرس تغيرات الدالة g

ب- استنتج اشارة الدالة g

3) أ- ادرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة g

ب-ارسم منحنى الدالة g في معلم متعامد ممنظم

II) نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي

$$\begin{cases} f(x)=x^2+2x\ln(-x) & x<0\\ f(0)=0 \end{cases}$$

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

2) ادرس اتصال و قابلية اشتقاق الدالة f في 0

3) ادرس تغيرات الدالة f

4) أ- ادرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f

ب-ارسم منحنى الدالة f في نفس المعلم